УДК 621.3.049.77

# ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ НА ОСНОВЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЪЕМОВ ОПЫТНЫХ ПАРТИЙ ИЗДЕЛИЙ ЭЛЕКТРОНИКИ

**Б. Ф. Безродный, О. Ю. Шмелев, С. А. Майоров**

Одним из важнейших параметров, присутствующим почти в каждом плане испытаний, является количество образцов техники $n$. От правильного определения $n$ зависит достоверность и точность статистически определяемых показателей надежности (ПН). Директивное определение $n$, преобладающее в настоящее время, приводит в тому, что во многих случаях количество техники явно недостаточно для получения оценок ПН с заданной точностью и достоверностью.

Существующие методы определения объема выборки [1] основаны на априорном знании закона распределения наработки до отказа, который на практике не всегда бывает известен. Предложенный в [2] метод позволяет определить $n$ через точечную оценку вероятности безотказной работы изделия на основе биноминального распределения числа отказов из выражения

$$\sum_{i=0}^{n(1-\hat{P})}\left(C_i^n\right)\hat{P}^{(1+\varepsilon_{\beta 1})(n-i)}\left[1-\hat{P}^{(1+\varepsilon_{\beta 1})}\right]^i=1-\beta, \qquad (1)$$

где $\varepsilon_{\beta_1}$ – доверительный интервал или точность оценки $\hat{P}$; $\beta$ – доверительная вероятность.

Принципиальное затруднение состоит лишь в том, что величина $\hat{P}$ в момент планирования испытаний неизвестна. Кроме того, непосредственное решение уравнения (1) очень громоздко и трудоемко, а специальные таблицы [3, 4], как правило, не охватывают с достаточной полнотой всех практически встречающихся случаев [2].

В настоящей работе эта задача решается через среднюю наработку на отказ $T_{ср}$, поскольку этот показатель наиболее важен для восстанавливаемых изделий и чаще всего присутствует в ТУ.

Выражение для определения точечной оценки средней наработки на отказ $\hat{T}_{ср}$ выглядит следующим образом [5]:

$$\hat{T}_{ср}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\overline{T}_i}{n},$$

где $\overline{T}_i$ – средняя наработка на отказ $i$-го изделия; $\overline{T}_i=\frac{\sum_{j=1}^{k_i}T_{ij}}{k_i}$; $\overline{T}_{ij}=t_{j+1,i}-t_{ji}\,(j=\overline{1,k_i})$ – наработка между соседними отказами $i$-го изделия; $t_{ijj}$ – моменты отказов; $k_i$ – количество отказов за время наблюдения $T$ $i$-го изделия. Найдем $n$ через $\hat{T}_{ср}$.

Известно, что распределение случайной величины $\hat{T}_{ср}$ согласно центральной предельной теореме [6] при неограниченном увеличении значения $n$, независимо от распределения случайной величины $\overline{T}_i$, асимптотически приближается к распределению Гаусса с математическим ожиданием $T_{ср}$ и дисперсией $D/n$, где $D$ – дисперсия величины $\overline{T}_i$, и при $n > 10$ отличается от него уже столь незначительно, что этим различием на практике можно пренебречь [6]. Следовательно, вероятность того, что точечная оценка $\hat{T}_{ср}$ будет отличаться от истинного значения $T_{ср}$ меньше, чем на величину $\varepsilon_\beta$ (точность оценки $\hat{T}_{\text{ср}}$). Выражение для $P$ запишем через функцию Лапласа $\Phi\left(\dfrac{\varepsilon_\beta}{\sigma_{\hat{T}_{\text{ср}}}\sqrt{2}}\right)$ [6]:

$$P(\left|\hat{T}_{\text{ср}} - T_{\text{ср}}\right| < \varepsilon_\beta) = \Phi\left(\frac{\varepsilon_\beta}{\sigma_{\hat{T}_{cp}}\sqrt{2}}\right) = \beta,$$

где $\sigma_{\hat{T}_{\text{ср}}}$ – среднее квадратическое отклонение величины $\hat{T}_{\text{ср}}$; $\sigma_{\hat{T}_{\text{ср}}} = \sqrt{D/n}$.

Тогда интервальную оценку параметра $T_{\text{ср}}$ запишем в виде

$$\varepsilon_\beta = \sigma_{\hat{T}_{-\text{р}}}\sqrt{2}\Phi^{-1}(\beta) = 1/\sqrt{n}\,\sigma\sqrt{2}\Phi^{-1}(\beta), \tag{2}$$

где $\Phi^{-1}(\beta)$ – обратная функция Лапласа; $\sigma = \sqrt{D}$. Из выражения (2) получаем

$$n^{1/2} = 1/\varepsilon_\beta\,\sigma\sqrt{2}\Phi^{-1}(\beta). \tag{3}$$

Однако в момент планирования испытаний (ПЭ) величины $\sigma$ и $\varepsilon_\beta$ неизвестны. В [7] предложено задавать $\sigma$ и $\varepsilon_\beta$ в независимых единицах как отклонение от математического ожидания (например, $\sigma = 10, \varepsilon_\beta = 6$). Однако это неудобно, так как нет определенности в выборе конкретных значений этих величин.

Введем новую величину $\nu = \varepsilon_\beta / \sigma$, которая представляет собой относительную погрешность оценки величины $T_{\text{ср}}$. Тогда выражение (3) запишем в виде

$$n = 1/\nu^2\left[\sqrt{2}\Phi^{-1}(\beta)\right]^2. \tag{4}$$

Задавая значения величин $\beta$ и $\nu$, можно определить объем выборки $n$ из соотношения (4). На практике чаще всего выбирают $\beta$ = 0,8...0,9 [8]. При выборе величины $\nu$ необходимо исходить из требований к точности, предъявляемых к интервальным оценкам, т.е. необходимо задать: какую часть ($\nu$) от разброса случайной величины $\overline{T_i}$ (от $\sigma$) должен составлять доверительный интервал $\varepsilon_\beta$. Чем точнее надо иметь оценку $\hat{T}_{\text{ср}}$ $(\varepsilon_\beta \to 0)$, тем меньше необходимо выбирать величину $\nu$.

На рис. 1 приведены зависимости $n = f(\nu)$ для различных значений $\beta$, позволяющие проиллюстрировать количественные зависимости объемов подконтрольных выборок, требуемых для получения оценок ПН с относительной погрешностью, не превышающей величины $\nu$ с априорно заданной достоверностью $\beta$.

Более высокие требования к достоверности ($\beta \to 1$) и точности оценок, т.е. к величине относительной погрешности ($\nu \to 0$), получаемой по экспериментальным данным, приводят к необходимости увеличения объема выборки. Следует отметить, что стремление уменьшить объем выборки, снизив тем самым затраты, наталкивается не только на возможное увеличение относительной погрешности $\nu$ при фиксированной $\beta$, но и на некоторую область $n$<10, не вызывающую особого доверия, поскольку в этом случае начинает существенно сказываться влияние априорно неизвестных законов распределения случайных величин $\overline{T_i}$, входящих в выражение для $\hat{T}_{\text{ср}}$. Поэтому представленным на рисунке кривым можно доверять на отрезке $[0, \nu_0]$, где $10 = f(\nu_0)$, т.е. существует некоторое предельное значение относительной погрешности $\nu_0$, при превышении которой сложно что-либо сказать о правильном определении объема выборки.

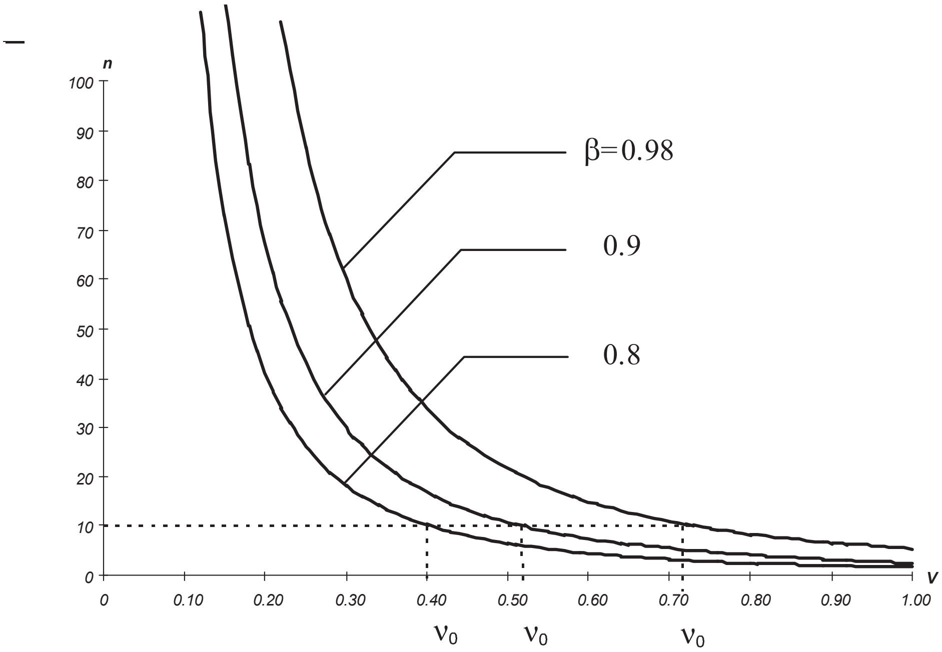


Рис. 1

Таким образом, выражение (4) на практике может быть применено в допустимой области $\nu < \nu_0$ для расчета ПН с доверительной вероятностью $\beta$ и относительной погрешностью $\nu$, но с различной абсолютной точностью (величиной интервальной оценки $2\varepsilon_\beta$ искомого ПН) из-за различных значений $\sigma$.

На основании изложенного получаем методику определения количества образцов электронного изделия для оценки его ПН по результатам опытной эксплуатации при неизвестном законе распределения наработки на отказ, сводящуюся к следующему:

– задается степень доверия (доверительная вероятность) к интервальной оценке параметра $T_{ср}$, которая будет определяться по экспериментальным данным – $\beta$;

– выбирается величина относительной погрешности оценки (точность) параметра $T_{ср}$ как некоторая доля разброса (среднего квадратического отклонения) случайной величины $\overline{T_i}$ – $\nu$;

– из выражения (4) определяется количество испытываемых образцов *n*.

Таким образом, предложенная методика позволяет определить *n* более простым, по сравнению с известными, методом через легко задаваемые в момент планирования опытной эксплуатации величины $\beta$ и $\nu$, а также не зависит от конкретных законов распределения случайной величины $\overline{T_i}$. При этом из практических соображений рекомендуется ограничение $n_{\min} = 10$.

Предложенная методика определения *n* эффективна для условий, когда возможна постановка в опытную эксплуатацию более 10 образцов изделия. Однако для мелкосерийного производства нередки случаи, когда такой возможности нет.

Известные методы математической статистики, применяемые для оценки *n* в этом случае, описанные в [6, 8, 9], основаны на том, что случайные величины, подвергающиеся наблюдениям, имеют априорно распределение Гаусса. Тогда *n* находится через *t*-распределение Стьюдента. Однако в большинстве случаев случайная величина $\overline{T_i}$ распределена по экспоненциальному закону [10, 11]. Как определить *n* в этом случае? Ниже предложена методика расчета количества образцов исходя из заданных величин точности, достоверности оценок ПН и расчетного значения средней наработки на отказ, взятого из ТУ на изделия, при ограничении десятью образцами.

Известно [6, 10–13], что в этом случае на вид и параметры распределения оценки средней наработки на отказ

$$\hat{T}_{\text{ср}} = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}\overline{T}_i$$

будет оказывать значительное влияние закон распределения случайной величины $\overline{T}_i$. Как было отмечено, на практике в большинстве случаев встречается экспоненциальное распределение $\overline{T}_i$. Тогда оценка $\hat{T}_{\text{ср}}$ будет иметь $\gamma$-распределение [6, 8, 10, 11] с плотностью вероятности

$$\varphi_n\left(\hat{T}_{\text{ср}}\right) = \left[n^n / T_{\text{ср}}{}^n\Gamma(n)\right]\left[\hat{T}_{\text{ср}}^{\,n-1}\, e^{-n\left(\hat{T}_{\text{ср}}/T_{\text{ср}}\right)}\right],$$

где $\Gamma(n)$ – стандартная гамма функция; $T_{\text{ср}}$ – наработка на отказ.

Введя новую безразмерную относительную случайную величину

$$x = \hat{T}_{\text{ср}} / T_{\text{ср}},$$

можно записать зависимость доверительной вероятности $\beta$ от доверительных границ $T_1$ и $T_2$ (точности оценки) и числа образцов *n* в виде

$$\beta = \gamma = P\left(T_1 < \hat{T}_{\text{ср}} < T_2\right) = \left[n^n / \Gamma(n)\right]\int_{x_1}^{x_2} x^{n-1}e^{-nx}dx, \tag{5}$$

где $x_1 = T_1 / T_{\text{ср}}, x_2 = T_2 / T_{\text{ср}}$.

Величины $T_1$ и $T_2$ необходимо задать исходя из требований к точности оценки. Величина $T_{\text{ср}}$ априорно неизвестна. Однако в ТУ на изделия содержится ее расчетное значение $T_{\text{ср}}^{\text{р}}$, полученное исходя из предположения экспоненциального распределения наработки на отказ через справочные значения интенсивностей отказов $\lambda$ комплектующих элементов. Тогда запишем

$$x_1 = T_1 / T_{\text{ср}}^p, x_2 = T_2 / T_{\text{ср}}^p. \tag{6}$$

Интеграл (5) табулирован в [14]. Для различных значений $\beta$ составлена таблица зависимости объема выборки *n* от $x_1$ и $x_2$, с помощью которой для заданных значений $T_1$ и $T_2$ отыскивается минимальное *n* такое, что $\gamma \le \beta$. Следовательно, задавая относительные значения границ доверительного интервала ($T_1, T_2$) и величину доверительной вероятности $\beta = \gamma$ из выражения (5) с помощью указанной таблицы определяется значение *n* (табл. 1).

Таблица 1

| *n* | $\beta$ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $X_1$ | | | | $X_2$ | | | |
| | 0,99 | 0,95 | 0,9 | 0,8 | 0,01 | 0,05 | 0,1 | 0,2 |
| 1 | 0,01 | 0,05 | 0,105 | 0,223 | 4,6 | 3,0 | 2,3 | 1,61 |
| 2 | 0,075 | 0,077 | 0,265 | 0,412 | 3,325 | 2,37 | 1,95 | 1,5 |
| 3 | 0,145 | 0,272 | 0,361 | 0,512 | 2,8 | 2,07 | 1,8 | 1,433 |
| 4 | 0,206 | 0,341 | 0,436 | 0,574 | 2,512 | 1,94 | 1,675 | 1,375 |
| 5 | 0,256 | 0,394 | 0,486 | 0,618 | 2,32 | 1,83 | 1,6 | 1,34 |
| 6 | 0,3 | 0,434 | 0,525 | 0,65 | 2,15 | 1,75 | 1,542 | 1,317 |
| 7 | 0,336 | 0,47 | 0,557 | 0,679 | 2,078 | 1,69 | 1,507 | 1,3 |
| 8 | 0,362 | 0,5 | 0,581 | 0,7 | 2,0 | 1,84 | 1,469 | 1,281 |
| 9 | 0,389 | 0,52 | 0,805 | 0,717 | 1,933 | 1,6 | 1,444 | 1,266 |
| 10 | 0,419 | 0,545 | 0,62 | 0,73 | 1,88 | 1,57 | 1,42 | 1,25 |

Другими словами, предлагается следующая методика определения требуемого объема подконтрольной выборки $n$ в предположении экспоненциального распределения случайной величины $\overline{T}_i$ :

– задается значение доверительной вероятности $\beta$;

– выбираются доверительные границы оценки средней наработки на отказ $T_1$ и $T_2$ исходя из требований к точности оценки параметра $T_{ср}$;

– вычисляются значения коэффициентов точности $x_1$ и $x_2$ из выражений (6) относительно величины $T_{cp}^{p}$, взятой из ТУ на изделие;

– определяется количество образцов $n$ по таблице или из выражения (5);

– проводится корректировка данных.

Если $n$ получилось больше 10, то можно увеличить значения коэффициентов точности $x_1$ и $x_2$, т.е. расширить интервал ($T_1$, $T_2$). При этом, естественно, происходит снижение точности.

Таким образом, разработанная методика дает возможность определить количество образцов изделия электроники $n$ для проведения опытной эксплуатации до ее начала с использованием расчетного значения наработки на отказ $T_{cp}^{p}$, взятого из ТУ на изделие, для экспоненциального распределения $\overline{T}_i$ . Используя настоящую методику при составлении плана испытаний, исследователь имеет возможность представить реальные значения интервальной оценки требуемого ПН исходя из требований к точности, достоверности, оперативности получения оценок, а также из экономических соображений обосновать количество образцов техники и длительность испытаний.

## *Список литературы*


1. ГОСТ 27.503-81 Надежность в технике. Система сбора и обработки информации. Методы оценки показателей надежности.
2. Заренин, Ю. Г. Определительные испытания на надежность / Ю. Г. Заренин, И. И. Стоянова. – М. : Изд-во стандартов, 1978. – 364 с.
3. Рябинин, И. А. Основы теории и расчета надежности судовых электроэнергитических систем / И. А. Рябинин. – Л. : Судостроение, 1967. – 184 с.
4. Шторм, Р. Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества / Р. Шторм. – М. : Мир, 1970. – 215 с.
5. Половко, А. М. Основы теории надежности / А. М. Половко. – М. : Наука, 1964. – 346 с.
6. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М. : Наука, 1969. – 212 с.
7. Джонсон, Н. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы обработки данных : пер. с англ. / Н. Джонсон, Ф. Лион ; под ред. Э. К. Лецкого. – М. : Мир, 1980. – 386 с.
8. Барлоу, Р. Математическая теория надежности : пер. с англ. / Р. Барлоу, Ф. Прошан ; под ред. Б. В. Гнеденко. – М. : Сов. радио, 1969. – 264 с.
9. Кендал М. Статистические выводы и связь : пер. с англ. / М. Кендал, А. Стьюарт. – М. : Наука, 1973.
10. Надежность технических систем : справочник / Ю. К. Беляев и др. ; под ред. И. А. Ушакова. – М. : Радио и связь, 1985. – 524 с.
11. Информационная технология многофакторного обеспечения надежности сложных электронных систем / Н. К. Юрков, А. В. Затылкин, С. Н. Полесский, И. А. Иванов, А. В. Лысенко // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 4. – С. 75–79.
12. Юрков, Н. К. Концепция синтеза сложных наукоемких изделий / Н. К. Юрков // Надежность и качество : тр. Междунар. симп. : в 2 т. / под ред. Н. К. Юркова. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2012. – Т. 1. – С. 3–5.
13. Затылкин, А. В. Исследование влияния деформационной составляющей внешнего вибрационного воздействия на надежность радиоэлектронных средств / А. В. Затылкин, Д. А. Голушко, Д. А. Рындин // Надежность и качество : тр. Междунар. симп. : в 2 т. / под ред. Н. К. Юркова. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2013. – Т. 2. – С. 42–43.
14. Репкин, В. Ф. Основы надежности и эксплуатации радиоэлектронных систем / В. Ф. Репкин, А. С. Персиков, В. Ю. Лернер. – Киев : КВИРТУ ПВО, 1976. – 314 с.


**УДК 621.3.049.77**

***Безродный, Б. Ф.***

**Оценка показателей надежности на основе определения объемов опытных партий изделий электроники** / Б. Ф. Безродный, О. Ю. Шмелев, С. А. Майоров // Надежность и качество сложных систем. – 2014. – № 2(6). – С. 21–26.

***Безродный Борис Федорович***
доктор технических наук, профессор,
главный инженер,
Проектно-конструкторско-технологическое бюро
железнодорожной автоматики и телемеханики
(105082, Россия, г. Москва,
Переведеновский пер., 21/9)
(849-9)260-01-19
E-mail: boris.bezrodny@yandex.ru

***Шмелев Олег Юрьевич***
кандидат технических наук,
старший научный сотрудник (пенсионер)

***Майоров Сергей Алексеевич***
научный сотрудник,
Межрегиональное общественное учреждение
«Институт инженерной физики»
(142210, Россия, Московская обл., г. Серпухов,
Б. Ударный пер., 1 «А»)
8(4967)35-31-93
E-mail: info@iifrf.ru

***Аннотация***. Предложена методика определения количества образцов электронных устройств, необходимого для проведения испытаний и опытной эксплуатации с целью получения оценок показателей надежности по экспериментальным данным с заданной точностью и достоверностью.

***Ключевые слова***: электронное устройство, опытная эксплуатация, оценка показателей надежности.

***Bezrodnyy Boris Fedorovich***
doctor of technical sciences, professor,
chief engineer,
Design-technological bureau of railway automation
and remote control
(105082, 21/9 Perevedenskiy lane, Moscow, Russia)

***Shmelev Oleg Yur'evich***
candidate of technical sciences,
senior stuff scientist

***Mayorov Sergey Alekseevich***
research associate,
Inter-regional public institution
«Institute of engineering physics»
(142210, 1»A» B. Udarniy lane, Moscow region,
Serpukhov city, Russia)

***Abstract***. The technique of determining the number of samples devices for testing and trial poeration in order to obtain estimates of the reliability of the experimental data with a given precision and certainty.

***Key words***: electronic device, operation testing, estimation of parameters of reliability.